

## **Cours No 9**

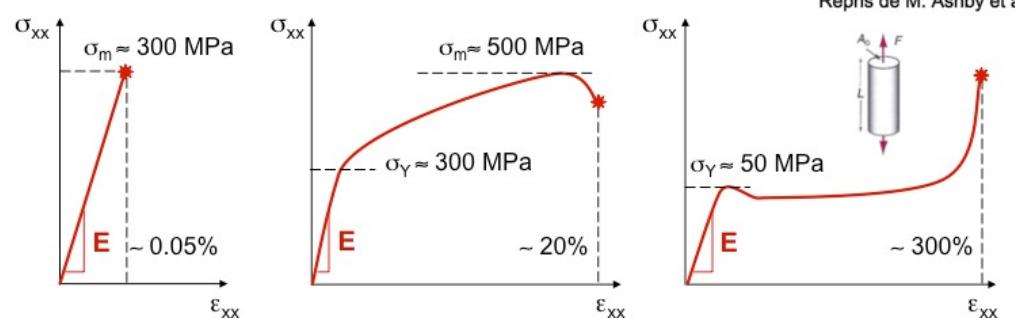
## **Dureté, Fatigue et Usure**

**Francesco Stellacci**

**Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne**

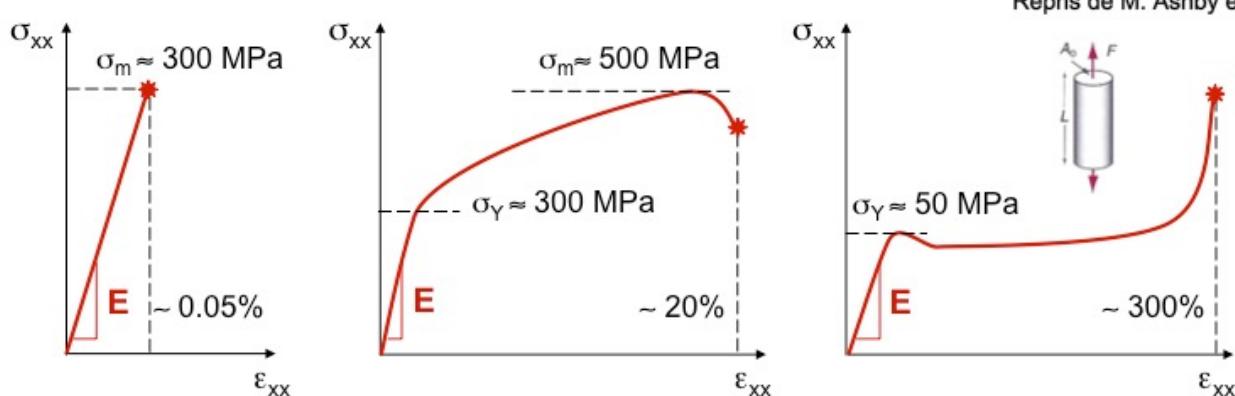
# Rappels

Paramètres	Relations	Origines
Rigidité (module d'Young)	$E \text{ (Pa)}$	$\sigma = \epsilon \times E$ Mét. et Cér.: Nature et énergie des liaisons entre les atomes Polym: Liaisons faibles entre les chaînes
Limite Elastique	$\sigma_y \text{ (Pa)}$	Mét. et Cér: $\sigma_y$ pour $\epsilon_R = 0.2\%$ Polym: $\sigma_y$ pour $\epsilon_R = 0.5\%$ Mét. et Cér.: début du mouvement des dislocations Polym: début du glissement des chaînes et de microfissures
Dureté	$H_v \text{ (kg/mm}^2)$	$H_v \text{ (MPa)} \approx 3 \times \sigma_y$ La dureté représente la limite élastique par mesures d'indentation.
Ecrouissage	$n$	$n = d\sigma/d\epsilon$ au-delà de $\sigma_y$ Mét.: renforcement par création de dislocations pendant la déformation Cér.: casse avant de plastifier Polym.: pas d'écrouissage
Ductilité	$\epsilon_R$	Déformation résiduelle juste avant la rupture $\epsilon_R = \epsilon_{tot} - \sigma/E$ Mét.: mouvement des dislocations (10%) Cér.: cassent avant de se déformer plastiquement Polym.: Elongation des chaînes et microfissures (50-100%)



# Rappels

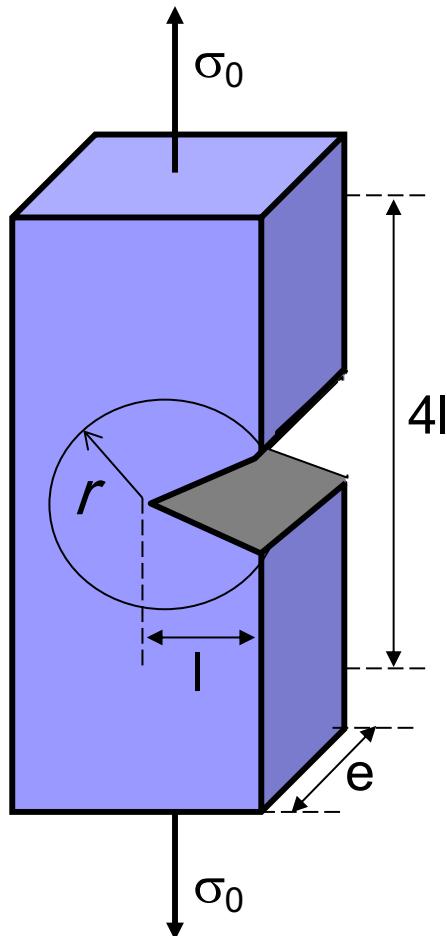
Paramètres	Relations	Origines
Résistance	$\sigma_m$ (Pa)	Contraceinte maximale avant rupture Mét.: Striction puis rupture - fissures Cér.: rupture fragile - fissures Polym.: striction, microfissures
Ténacité	$K_{1c} = (2E\gamma + EG^{pl}_c)^{1/2}$ (Pa.m <sup>1/2</sup> )	$K_1 = \sigma_0(\pi l)^{1/2}$ $K_1 > K_{1c}$ Propagation d'une fissure Mét et Polym.: Déformation plastique avant propagation Cér.: fragiles, pas de déformation
Endurance	$\sigma_e$ (Pa)	Amplitude de la contrainte pour rupture après $10^7$ cycles. $\sigma_e \approx \sigma_m/3$ Progression d'une fissure à chaque changement de contrainte dans un cycle
Expansion thermique linéaire	$\alpha$ (K <sup>-1</sup> )	$\Delta L = \alpha L \Delta T$ Vient du caractère asymétrique de l'énergie de liaison entre les atomes
Usure	$k_a$ (Pa <sup>-1</sup> )	$\Omega = k_a F/A$ Frottement et rugosité concentrent les contraintes qui localement sont assez grandes pour éroder le matériau



# Rappels

En pointe de fissure, la contrainte peut s'approximer par la formule suivante:

$$\sigma(r) \propto \frac{\sigma_0 \sqrt{\pi l}}{\sqrt{r}}$$



On définit le facteur d'intensité de contrainte:

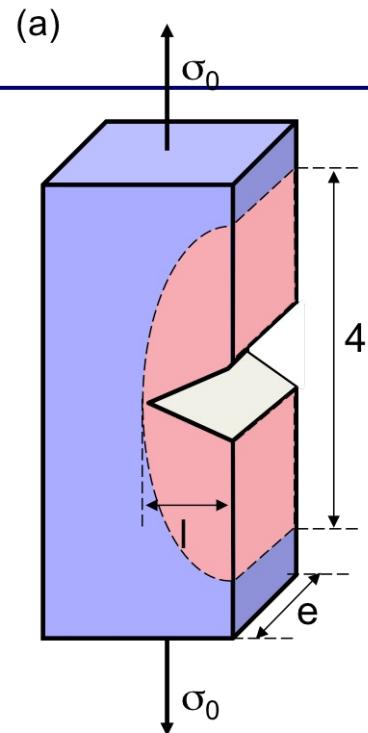
$$K_1(\sigma_0, l) = \sigma_0 \sqrt{\pi l}$$

Pour une contrainte assez grande, ou une fissure assez longue, il y aura rupture. On regroupe ces conditions sur ces deux variables pour  $K_1$ :

$$K_1 > K_{1c}$$

**$K_{1c}$  : ténacité !**

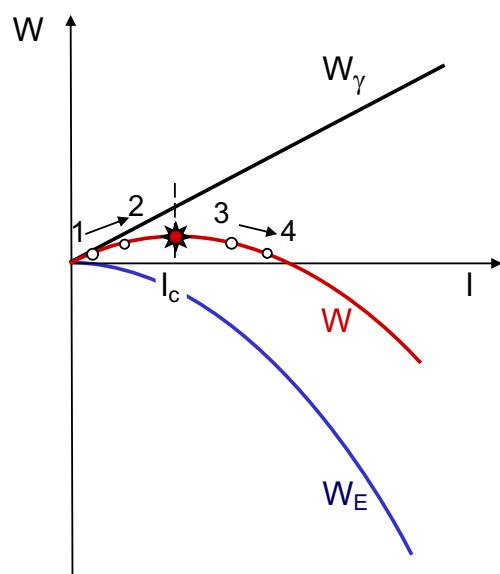
# Rappels



$$K_{1C} = \sqrt{G_C E}$$

$$G_C = 2\gamma + G_C^{pl}$$

- Rupture fragile:  $G_C = 2\gamma$  et  $K_{1C}$  est petit, matériaux peu tenaces.  
*L'énergie fournie au matériau contribue à casser les liaisons*
- Rupture ductile:  $G_C = 2\gamma + G_C^{pl}$  et  $K_{1C}$  est grand, matériaux tenaces.  
*L'énergie fournie au matériau contribue à le déformer plastiquement*



Pour une contrainte donnée:

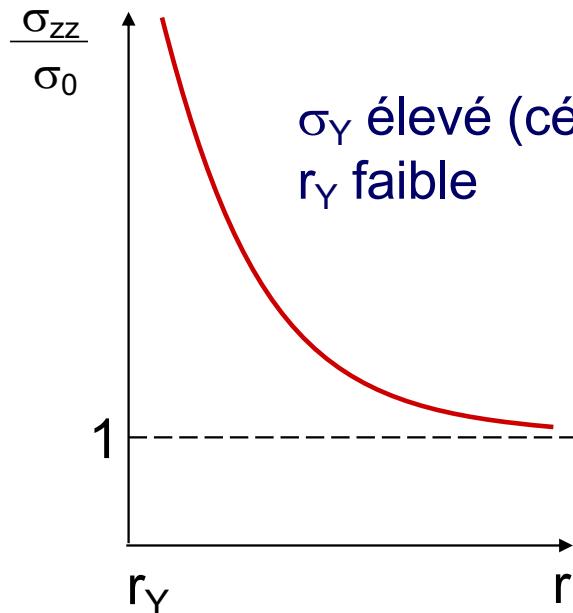
$$\begin{aligned} l > l_c &\Leftrightarrow \sigma_0 \sqrt{\pi l} > \sigma_0 \sqrt{\pi l_c} \\ &\Leftrightarrow K_1 > \sqrt{2\gamma E} \text{ ou } K_1 > K_{1c} \end{aligned}$$

Pour une longueur de fissure donnée:

$$\sigma_0 > \sigma_c \Leftrightarrow \sigma_0 \sqrt{\pi l} > \sigma_c \sqrt{\pi l}$$

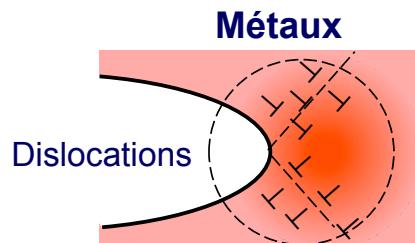
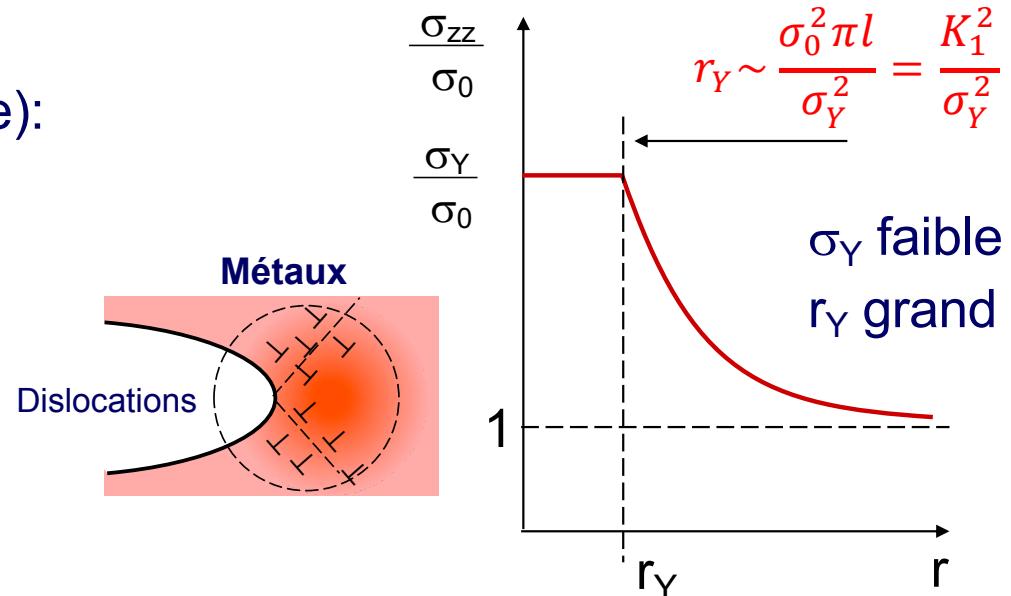
# Rappels

Rupture fragile:  $G_c = 2\gamma$



$\sigma_Y$  élevé (céramique):  
 $r_Y$  faible

Rupture ductile:  $G_c = 2\gamma + G_c^{pl}$



- Très peu de déformation plastique en pointe de fissure;
- La contrainte diverge et est assez grande pour casser les liaisons et favoriser la propagation de la fissure

- Déformation plastique en pointe de fissure qui s'arrondit
- La contrainte reste assez faible autour de la limite élastique, pas assez grande pour casser les liaisons

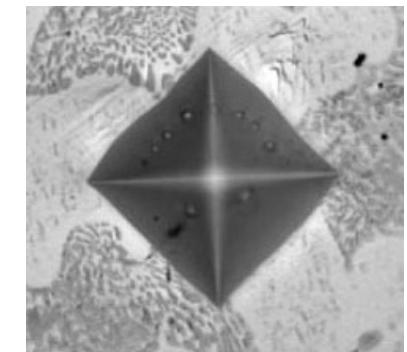
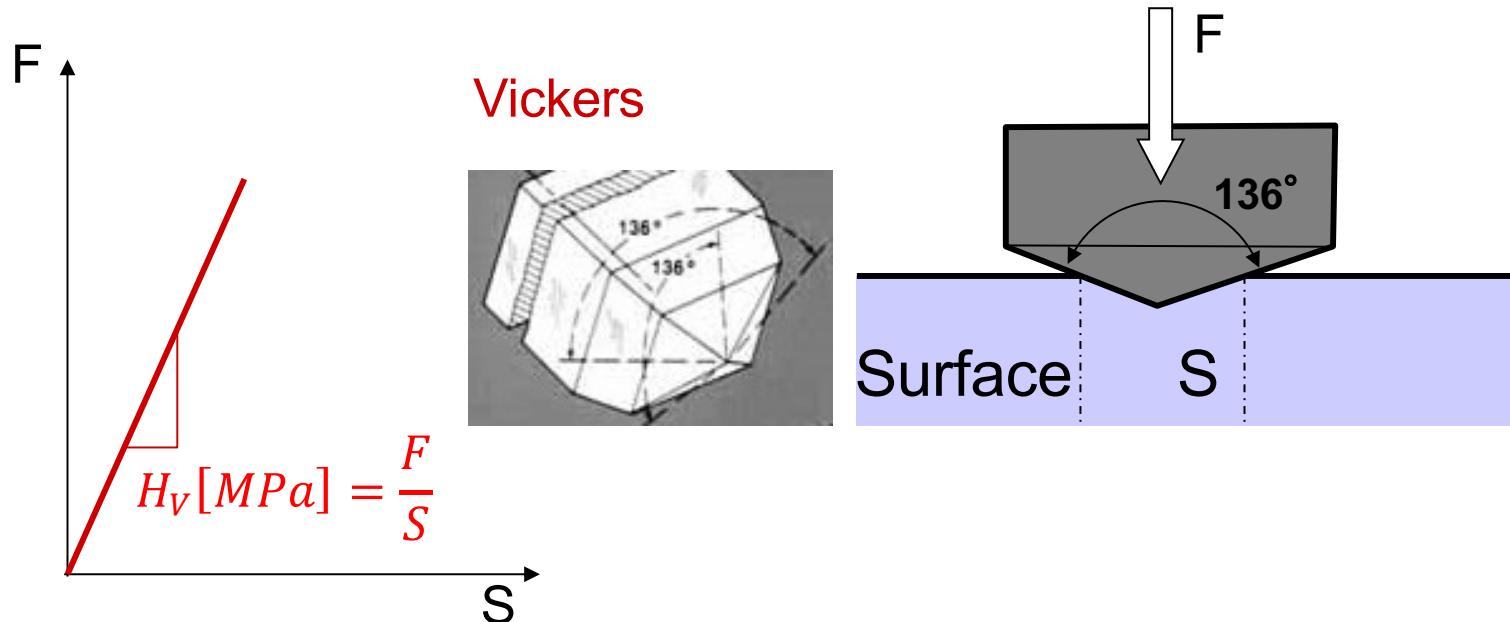
# Table des matières

---

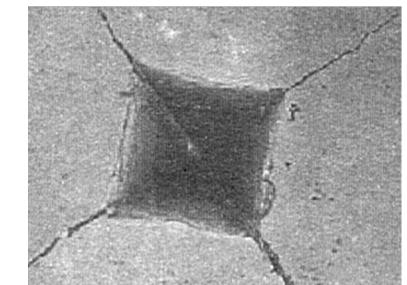
- Introduction
- Dureté
- Fatigue
- Fatigue thermique: Dilatation
- Usure

# Dureté des matériaux

La mesure de  $\sigma_{el}$  (ou  $\sigma_m$  ou  $\sigma_Y$ ) par un test en traction ou en compression n'est pas toujours aisée, surtout pour les céramiques. Afin de comparer différents matériaux, on peut avoir recours à un test de **dureté**.



Ni - Cr - Mo - T



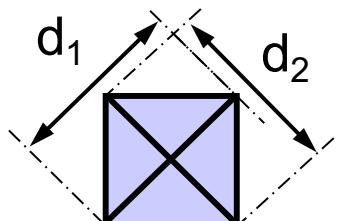
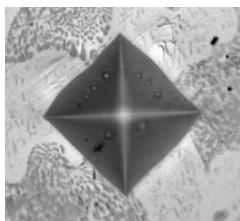
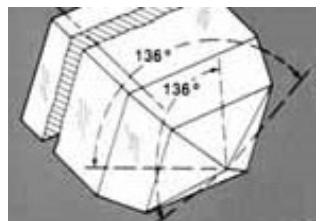
Matériau fragile

La dureté Vickers est donnée par le rapport de la masse, ou la force en unité de kg Force, divisée par la surface de contact:

$$H_V = \frac{m \text{ (kg)}}{S \text{ (mm}^2\text{)}} = \frac{F \text{ (N)}}{g \text{ (m.s}^{-2}\text{)} \times S \text{ (mm}^2\text{)}}$$

# Dureté des matériaux

Il est possible de relier simplement la surface S de contact aux dimensions de l'indentation résiduelle:



$$d = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

$$H_V = \frac{1.854}{g \text{ (m.s}^{-2}\text{)}} \times \frac{F(N)}{d^2(\text{mm}^2)}$$
$$H_V = 0.189 \times \frac{F}{d^2} \text{ [kg.mm}^{-2}\text{]}$$

On peut exprimer la dureté Vickers en MPa pour la comparer à la limite élastique:

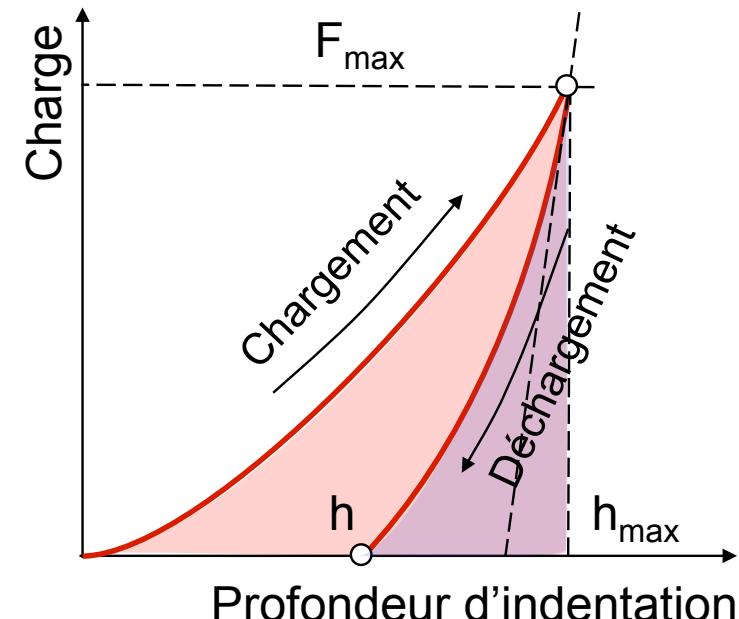
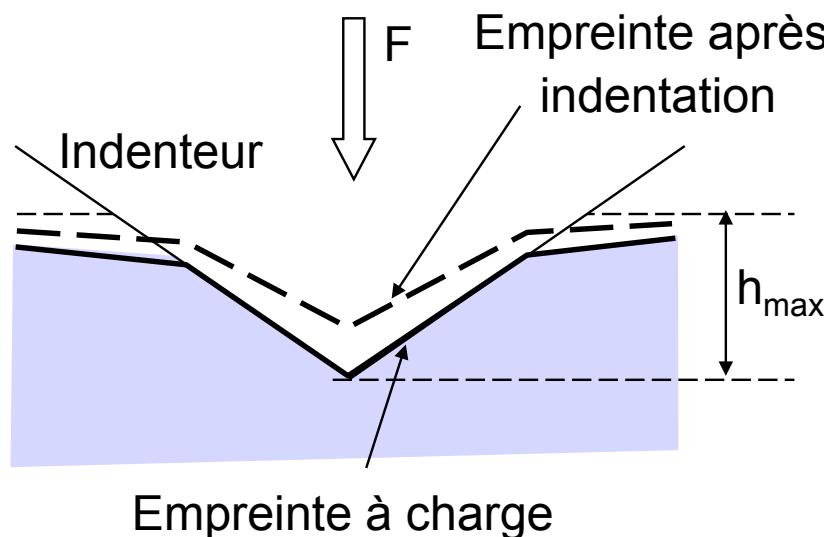
$$H_V^{MPa} = g \times H_V = \frac{F(N)}{S(\text{mm}^2)} \text{ [MPa]}$$

Comme le matériau déformé sous la pointe est contraint par le matériau autour,  $H_V$  exprimé en MPa est plus grand que  $\sigma_Y$ . Il est environ trois fois plus grand pour une grande majorité des matériaux:

$$H_V^{MPa} = g \times H_V \approx 3 \times \sigma_Y \text{ [MPa]}$$

# Dureté des matériaux

Lors d'un test de dureté, on a les phénomènes suivants:



La dureté est liée à la déformation plastique après indentation: **elle est reliée à la notion de limite élastique !**

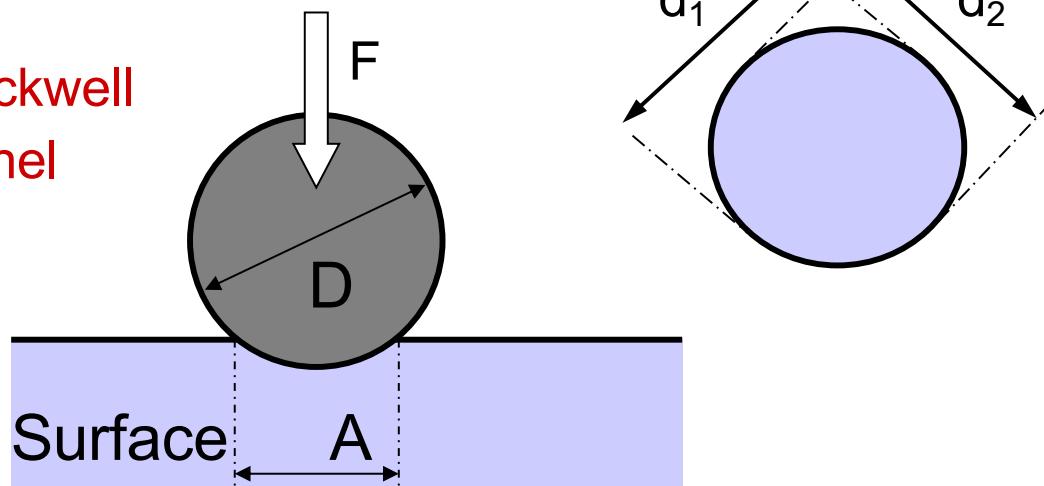
La force étant appliquée sur une surface très faible, on entre très vite dans le domaine plastique: mais le matériau se déforme toujours aussi de façon élastique.

# Dureté des matériaux

## Dureté Birnelli

Sphère de 1 à 10 mm de diamètre D, en acier trempé ou en carbure de Tungstène.

Rockwell  
Brinell



$$H_B = 0.102 \frac{2F \text{ [N]}}{\pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2}) \text{ [mm}^2]}$$

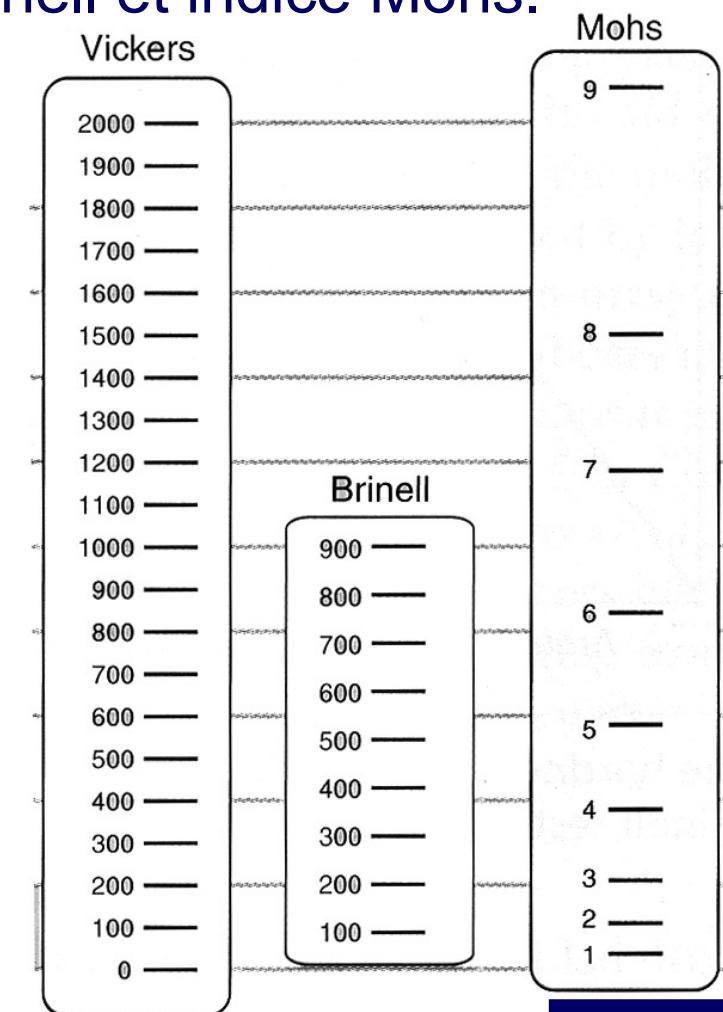
Matériau	Nombre de Brinell
Bois tendre	1.6 HBS 10/100
Bois dur	2.6 à 7.0 HBS 10/100
Aluminium	15-150 HB
Cuivre	35 HB
Acier doux	120 HB
Acier Inox	250 HB
Verre	550 HB
Acier à outils	650 à 700 HB

# Dureté des matériaux

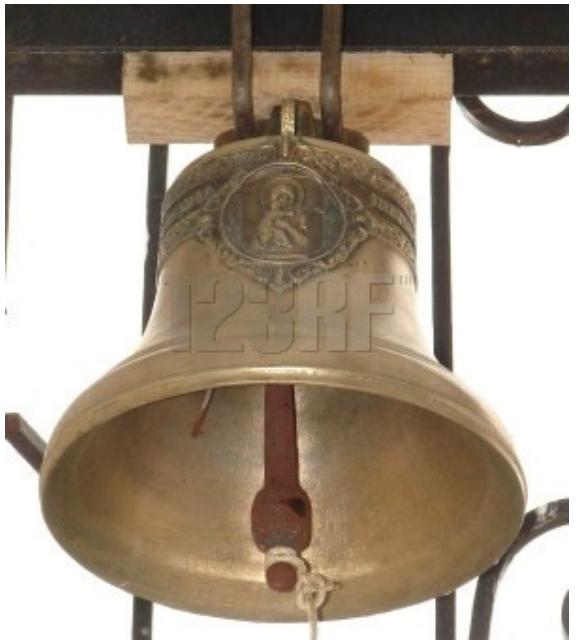
Quelques duretés typiques sont données ci-contre, avec une conversion entre duretés Vickers, Brinell et indice Mohs.

1	Talc	$Mg_3Si_4O_{10}(OH)_2$
2	Gypse	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$
3	Calcite	$CaCO_3$
4	Fluorine	$CaF_2$
5	Apatite	$Ca_5(PO_4)_3(OH^-, Cl^-, F^-)$
6	Orthose	$KAlSi_3O_8$
7	Quartz	$SiO_2$
8	Topaze	$Al_2SiO_4(OH^-, F^-)_2$
9	Corindon	$Al_2O_3$
10	Diamant	C

Indice de dureté Mohs



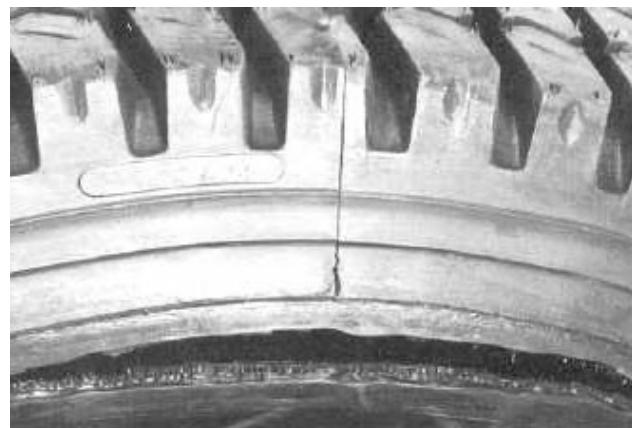
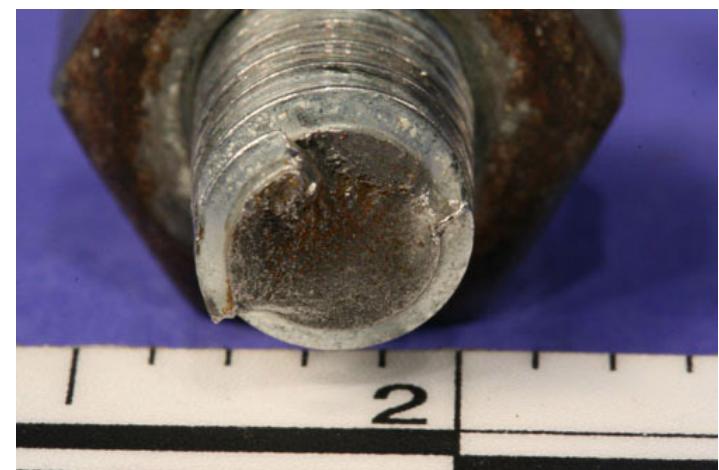
# Introduction



Même dans un régime élastique, il y a dissipation d'énergie ou **amortissement** (damping). Ceci s'observe notamment pour des vibrations acoustiques. Lorsque les sollicitations mécaniques sont répétées, cela peut amener à la rupture du matériau par **fatigue**.

Rupture par fatigue d'un boulon tenant un sprinkler.

<http://metallurgist.com/html/ClampBoltFailure.htm>



Rupture circonférentielle d'un pneu sous-gonflé par fatigue de la carcasse radiale.

[http://www.tpub.com/content/constructionmisc/TM-9-2610-200-14/css/TM-9-2610-200-14\\_152.htm](http://www.tpub.com/content/constructionmisc/TM-9-2610-200-14/css/TM-9-2610-200-14_152.htm)

# Introduction

Une autre source de dégradation des matériaux, moins brutale que la fracture, est l'**usure**.



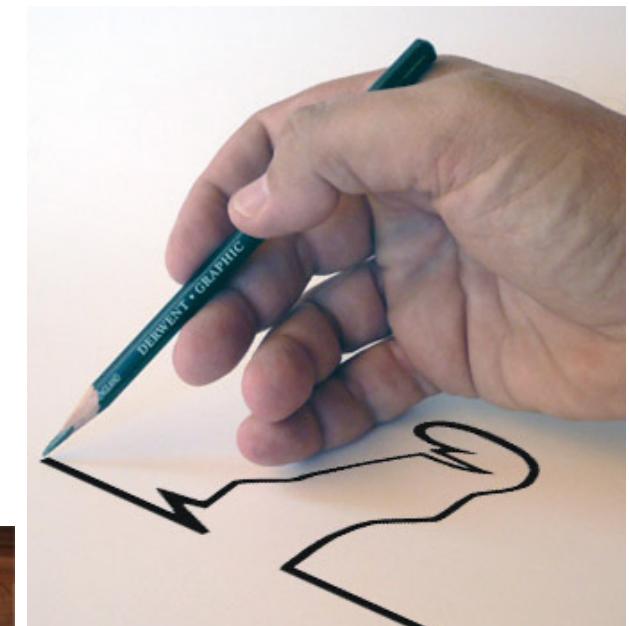
Usure anormale du moyeu de la roue arrière d'une moto, par manque de graissage.

Mais sans usure, pas de dessin au crayon, ni d'adhérence des semelles!

<http://1200venture.unblog.fr/tag/usure/>

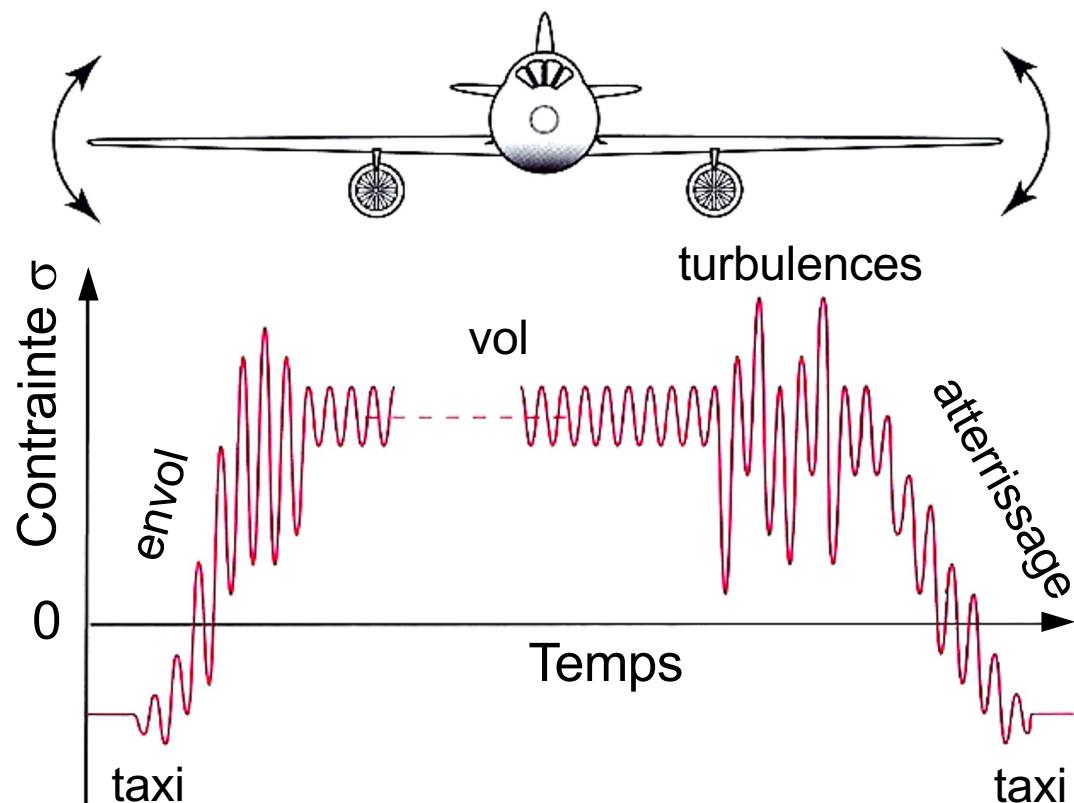


[http://cuoresportivo-plaza.blogspot.com/2006\\_12\\_01\\_archive.html](http://cuoresportivo-plaza.blogspot.com/2006_12_01_archive.html)



# Fatigue

La **résistance en fatigue** d'un matériau se définit comme sa réponse à des variations répétées (périodiques) de la contrainte appliquée.

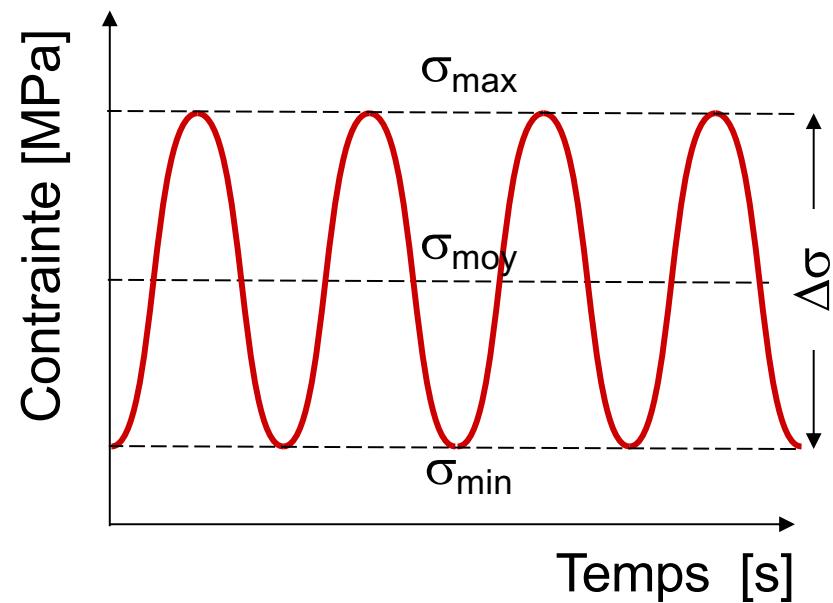
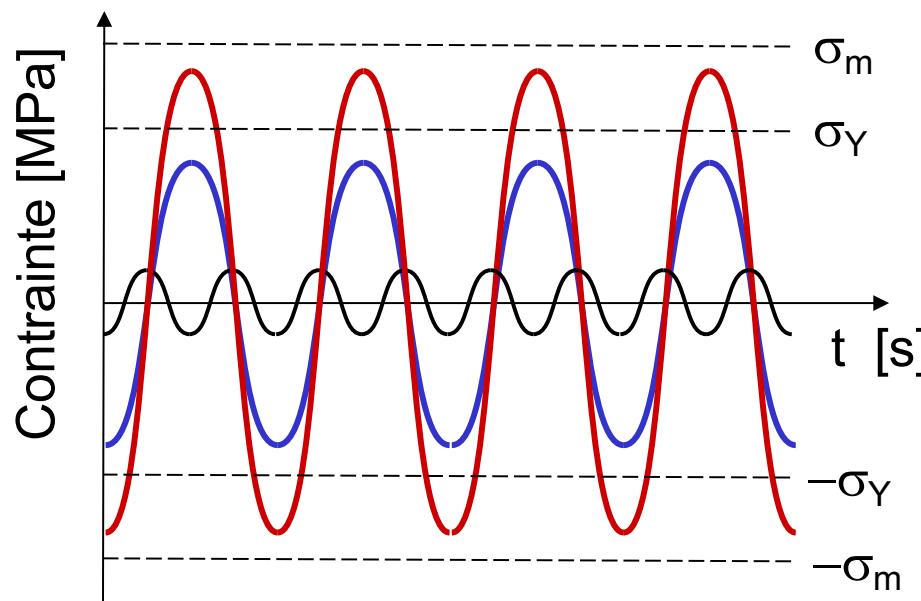


Bras de suspension de l'Alfa 156

Contrainte ressentie au cours du temps par une aile d'avion. Mais dans quelle partie ?

# Fatigue

La **résistance en fatigue** d'un matériau se définit comme sa réponse à des variations répétées (périodiques) de la contrainte appliquée.



Vibrations (faible  $\Delta\sigma$ , haute f)

Fatigue à grand nombre de cycles ("high-cycle")  $\sigma_{max} < \sigma_Y$

Fatigue à faible nombre de cycles ("low-cycle")  $\sigma_{max} > \sigma_Y$

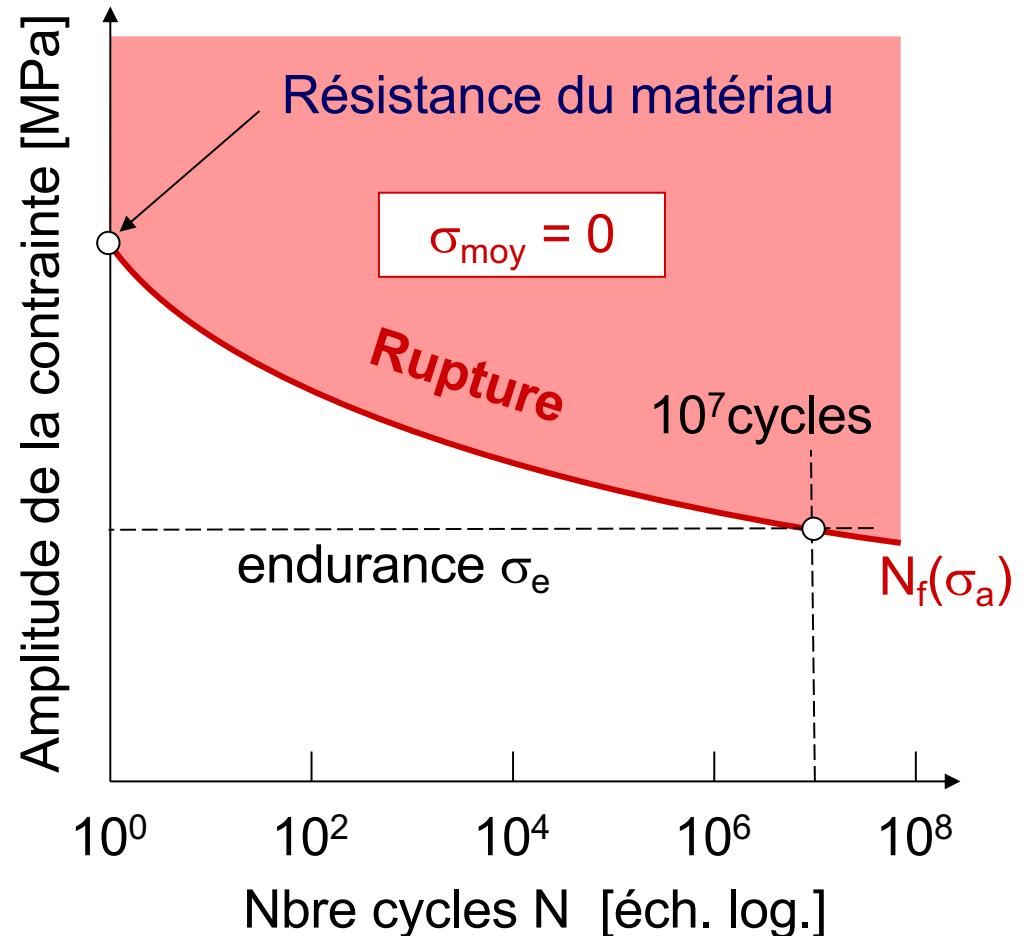
$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_{moy} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

# Fatigue

Cette résistance à la fatigue dépend de la **contrainte moyenne**,  $\sigma_{moy}$ , de l'**amplitude**  $\sigma_a$  et du **nombre de cycles**. On obtient une **courbe de Wöhler**.

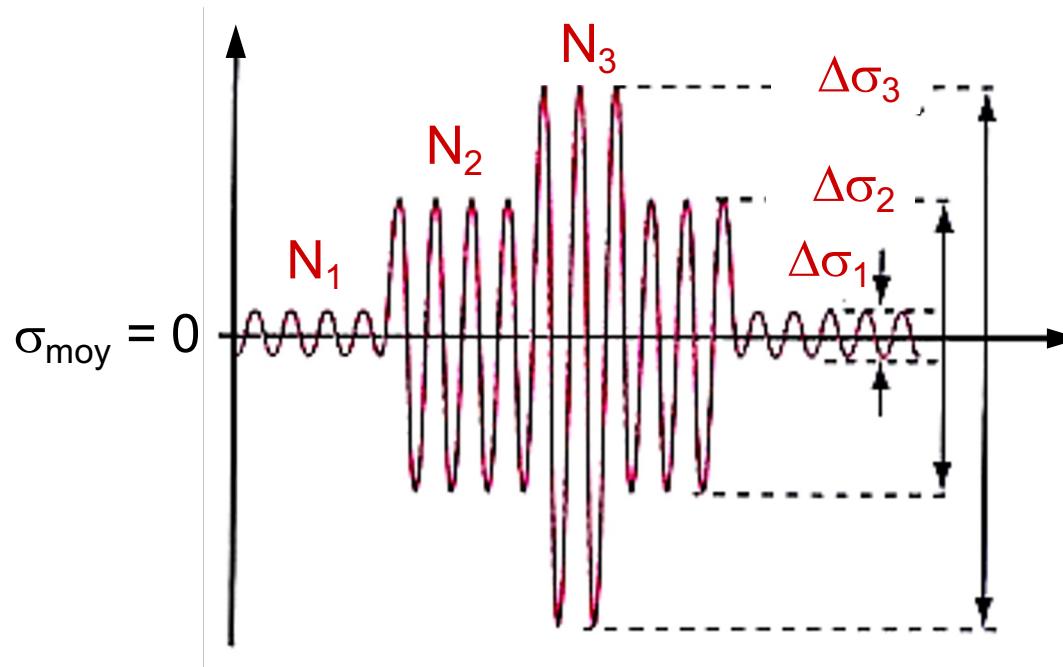
- Lorsque la contrainte pic dépasse  $\sigma_Y$ , il y a **endommagement rapide** et le matériau supporte peu de cycles ("**low-cycle**" fatigue, ou **fatigue oligocyclique**).
- Lorsque la contrainte pic est inférieure à  $\sigma_Y$ , le matériau peut supporter un grand nombre de cycles ("**high-cycle**" fatigue).



# Fatigue

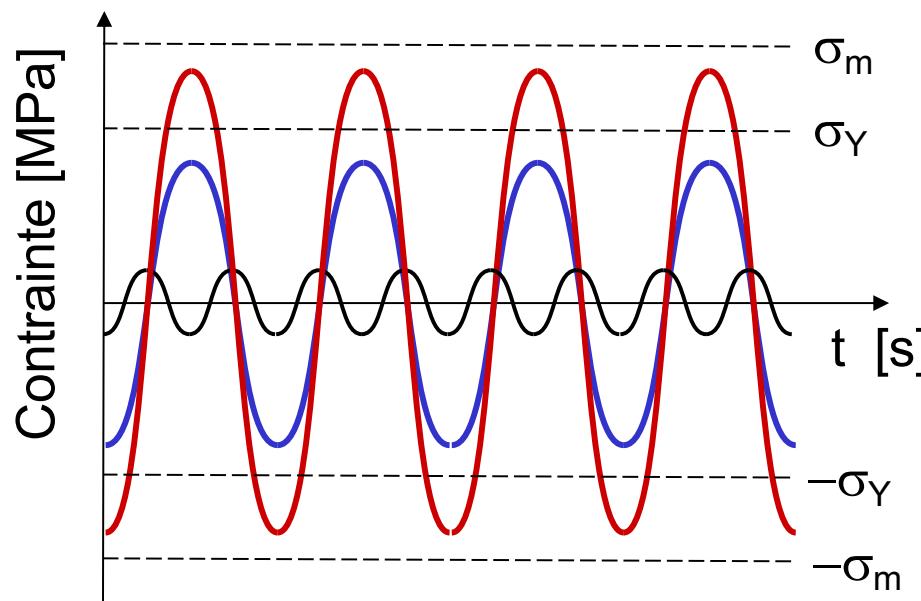
Pendant leur utilisation, les matériaux sont soumis à des cycles de fatigue d'amplitude ou de fréquence différentes. Leurs contributions s'additionnent selon la **Règle de Miner**:

$$\sum \left[ \frac{N_i}{N_f(\sigma_{ai})} \right] = 1$$



# Fatigue

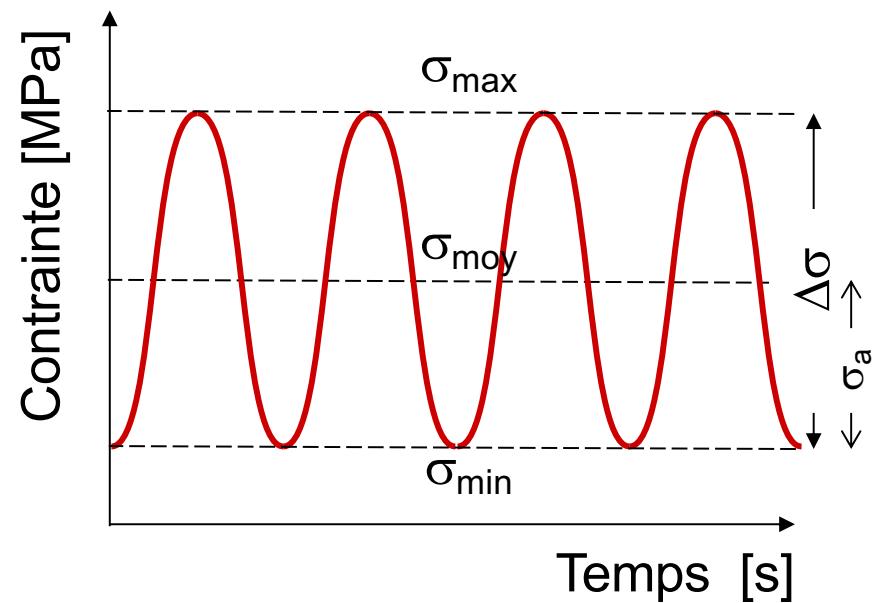
La **résistance en fatigue** d'un matériau se définit comme sa réponse à des variations répétées (périodiques) de la contrainte appliquée.



Vibrations (faible  $\Delta\sigma$ , haute f)

Fatigue à grand nombre de cycles  
("high-cycle")  $\sigma_{\max} < \sigma_Y$

Fatigue à faible nombre de cycles  
("low-cycle")  $\sigma_{\max} > \sigma_Y$



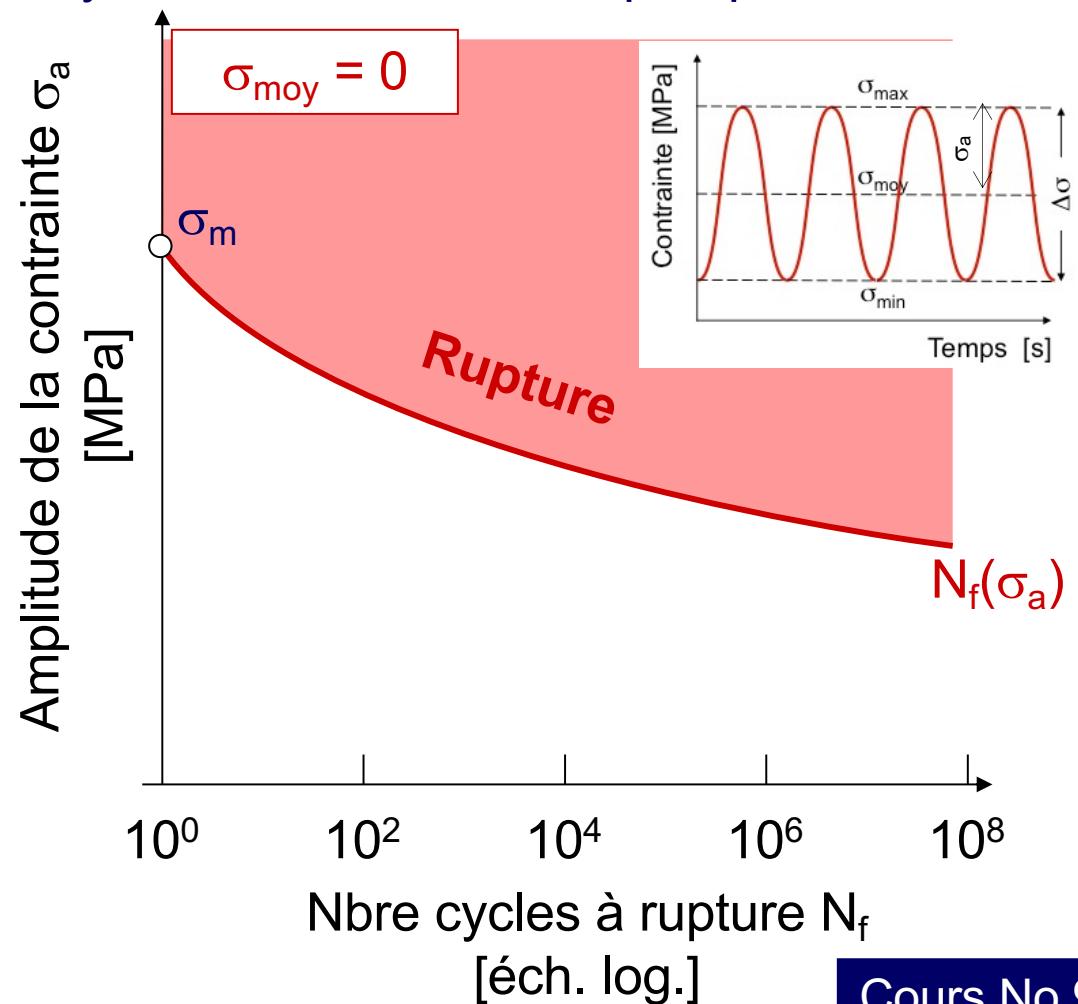
$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma_{moy} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

# Fatigue

Cette résistance à la fatigue dépend de la **contrainte moyenne**,  $\sigma_{moy}$ , de l'**amplitude**  $\sigma_a$  et du **nombre de cycles**. On peut construire une **courbe (dite de Wöhler)** si on note après combien de cycle le matériau va rompre, pour une amplitude de contrainte donnée.

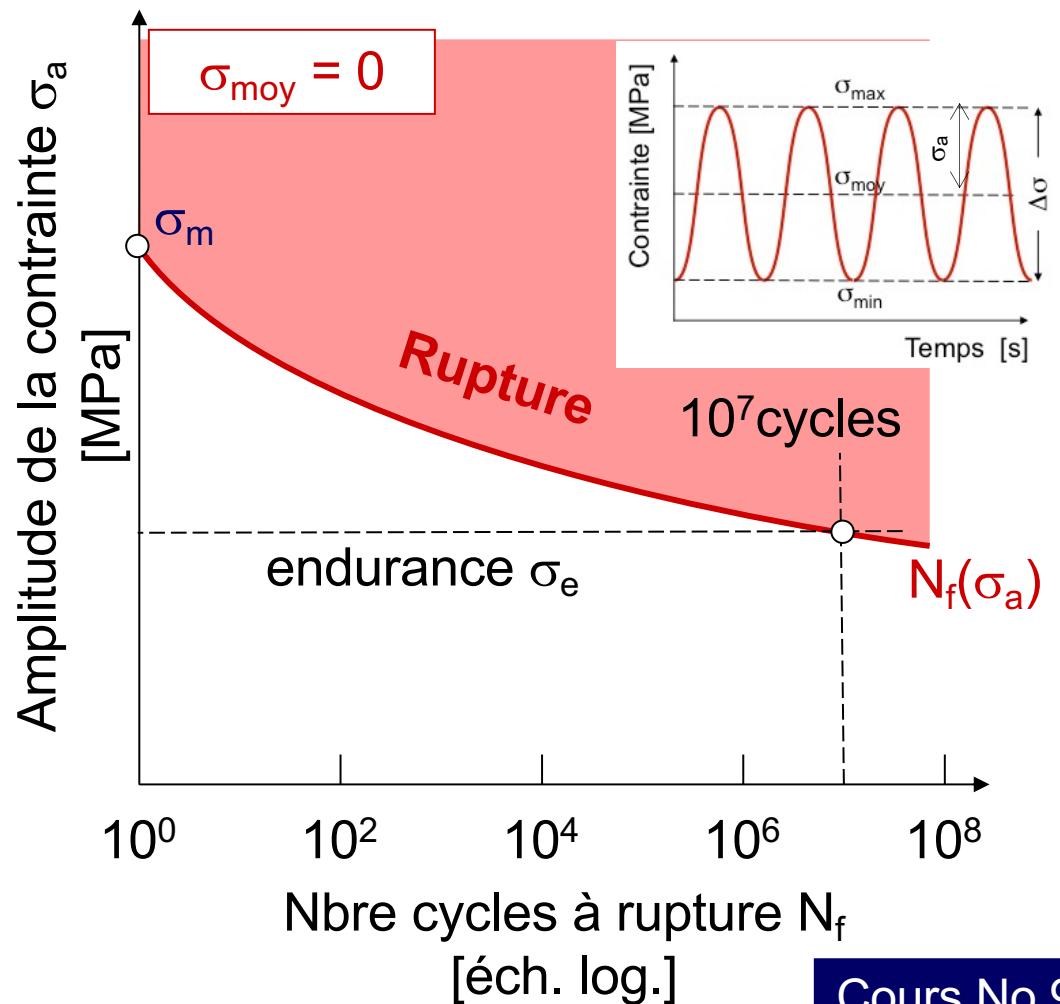
- Lorsque la contrainte max dépasse  $\sigma_Y$ , il y a **endommagement rapide** et le matériau supporte peu de cycles ("**low-cycle**" fatigue, ou **fatigue oligocyclique**).
- Lorsque la contrainte max est inférieure à  $\sigma_Y$ , le matériau peut supporter un grand nombre de cycles ("**high-cycle**" fatigue).



# Fatigue

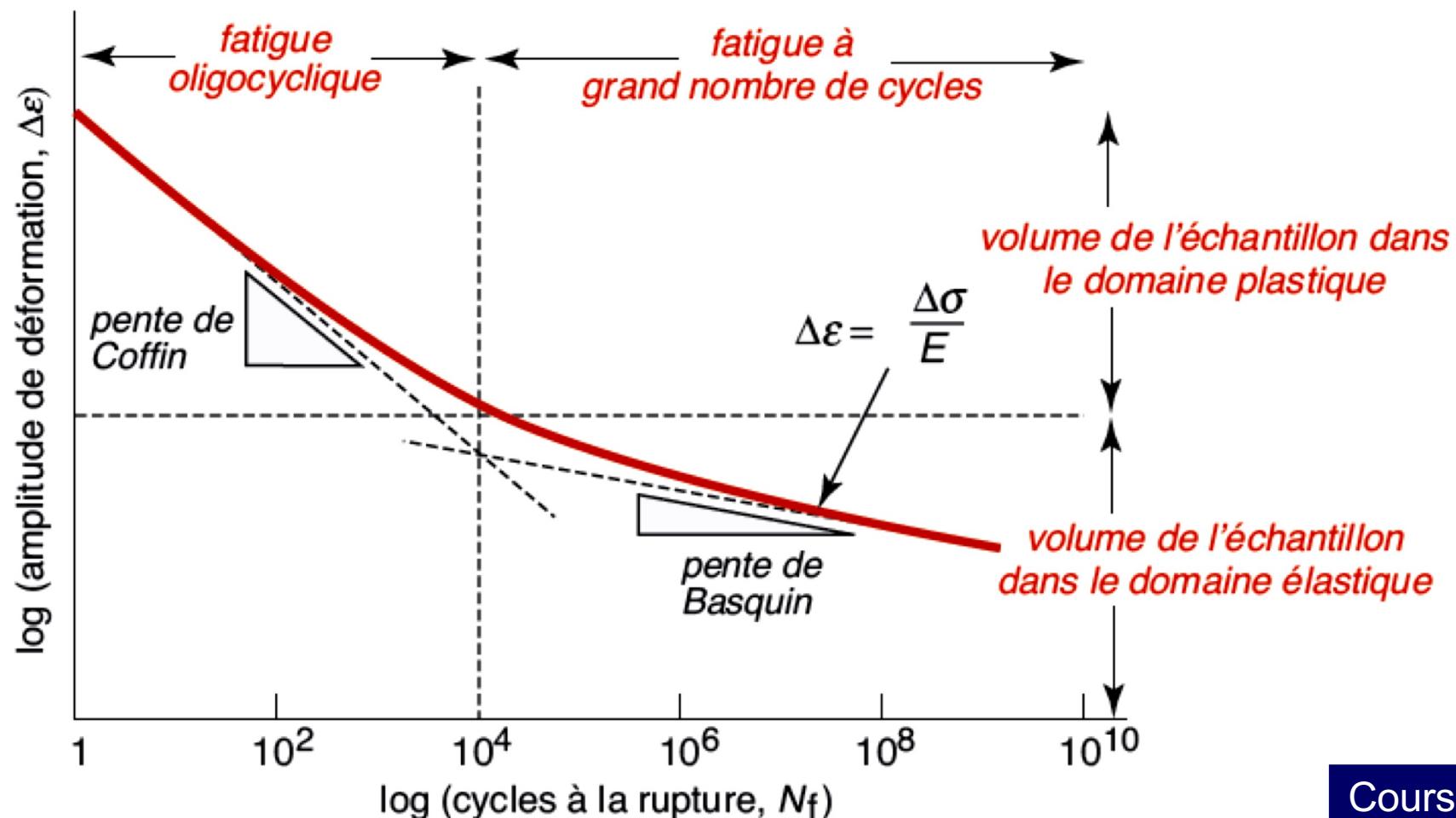
**La limite d'endurance**,  $\sigma_e$ , est définie comme la valeur d'amplitude de contrainte pour laquelle le matériau tient pendant 10 millions de cycles ( $10^7$  cycles) avant de rompre.

C'est cette valeur (et non  $\sigma_m$ , contrainte à rupture trouvée pendant un test de traction simple), qui sera utilisée pour dimensionner une pièce qui travaille en fatigue.



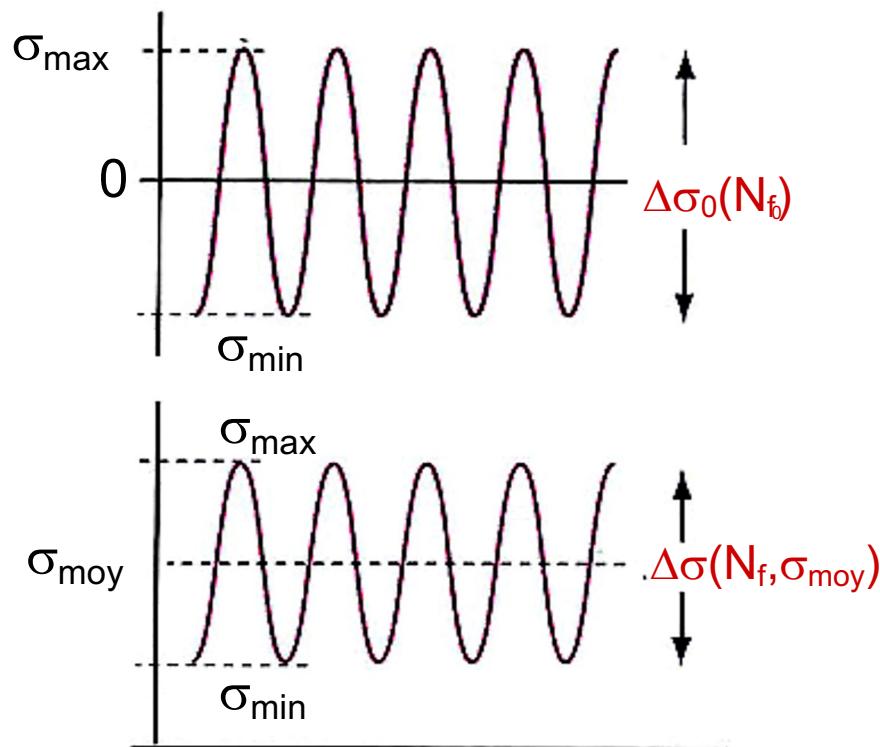
# Déformation lors de la Fatigue

Dans le régime de la fatigue usuelle ( $\sigma_{\max} < \sigma_Y$ ), l'échelle de la contrainte appliquée peut être facilement convertie en déformation. Pour la fatigue oligocyclique ( $\sigma_{\max} > \sigma_Y$ ), ceci n'est plus aussi simple.



# Fatigue avec contrainte moyenne non nulle

Comment adapter la courbe de Wöhler au cas où  $\Delta\sigma$  n'est pas appliquée autour de  $\sigma_{moy} = 0$  ? On a recours à des lois empiriques.



La loi de Goodman relie l'amplitude pour une contrainte moyenne non nulle qui correspond à un nombre de cycles à rupture  $N_f$ , avec l'amplitude pour une contrainte moyenne nulle, qui donne un nombre de cycles à rupture  $N_{fo}$

$$\sigma_a(N_f, \sigma_{moy}) = \sigma_a(N_f, 0) \left( 1 - \frac{\sigma_{moy}}{\sigma_m} \right)$$

Avec  $\sigma_m$  = contrainte à rupture en traction statique du matériau.

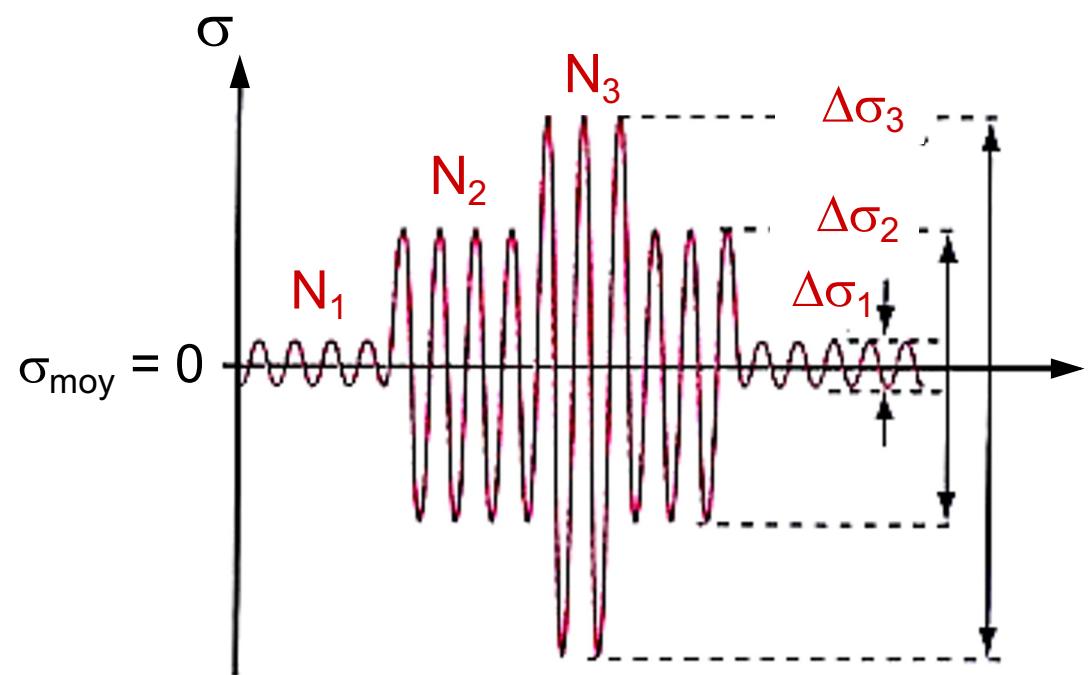
# Fatigue avec variation de la contrainte

Comment adapter la courbe de Wöhler au cas où les cycles ne sont pas uniformes ? On a recours à des lois empiriques.

## Règle de Miner

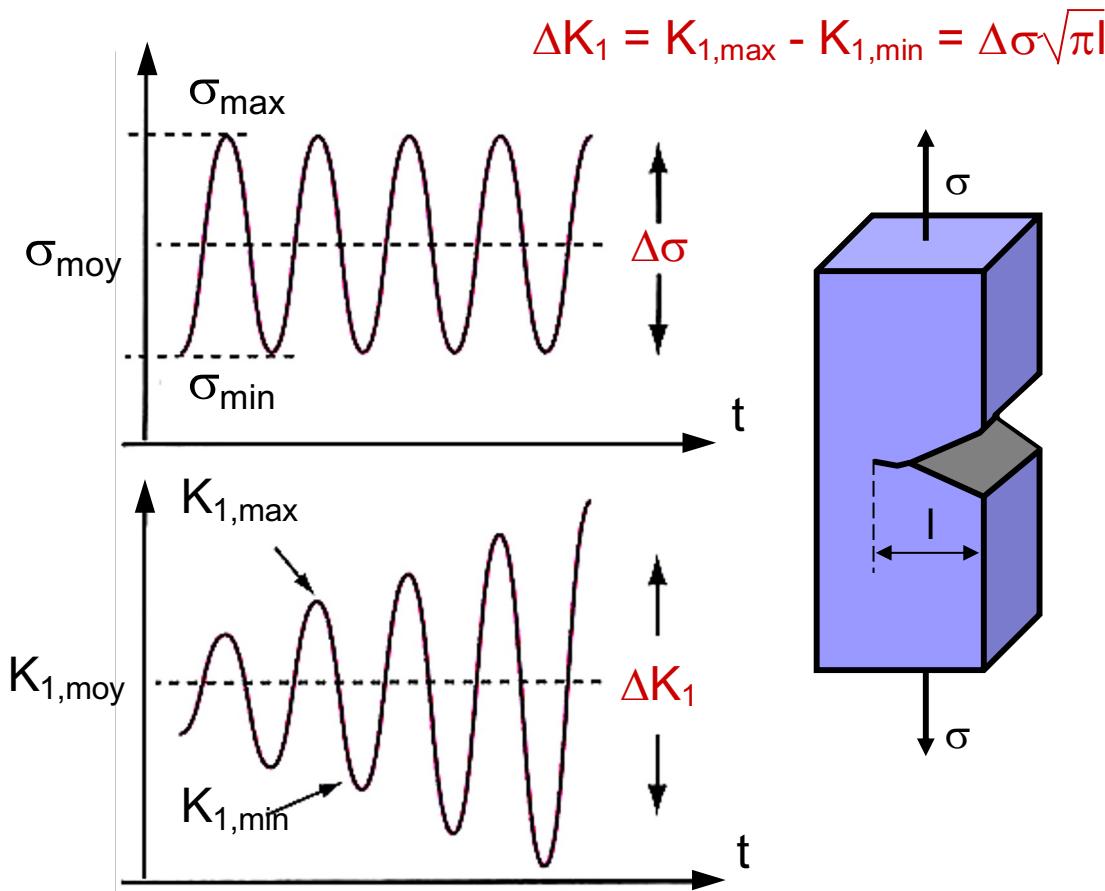
$$\sum_{i=1}^N \frac{N_i}{N_{f,i}} = 1$$

Avec  $N_i$  le nombre de cycles faits avec l'amplitude  $\Delta\sigma_i/2$ , et  $N_{f,i}$  le nombre de cycles à rupture pour cette même amplitude.

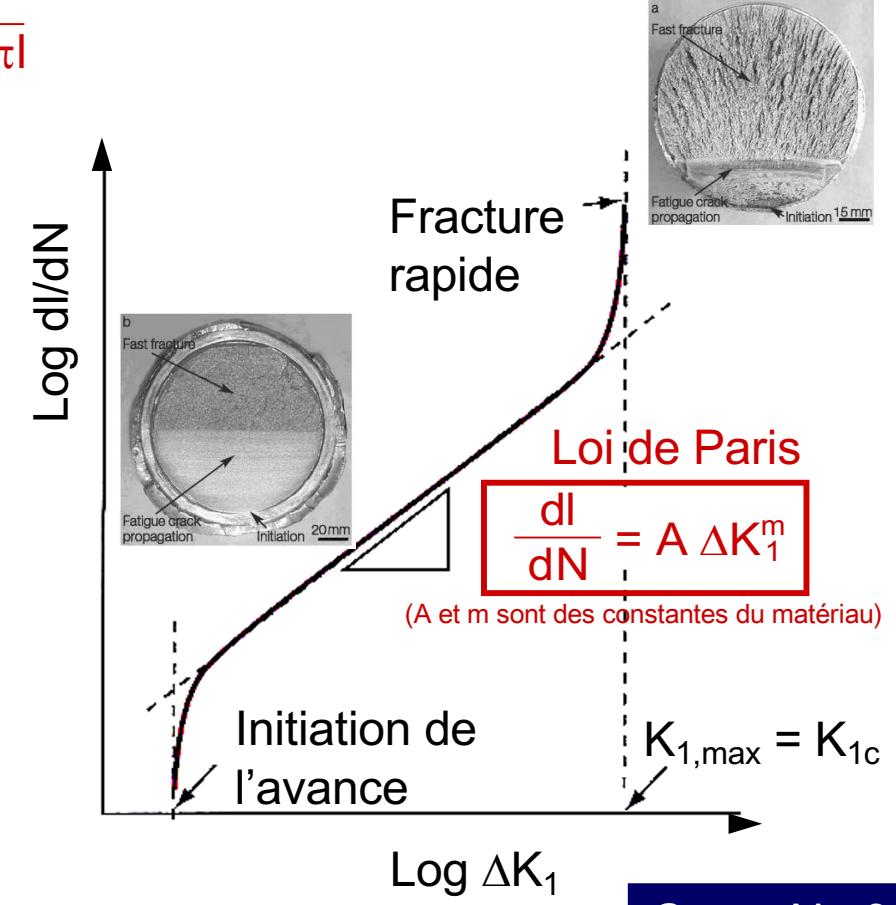
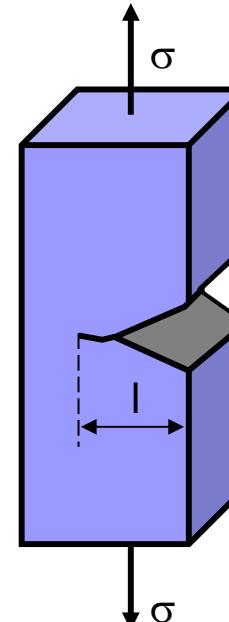


# Fatigue de matériau fissuré

Que se passe-t-il si l'échantillon contient déjà des fissures, par exemple une pièce soudée ? Avec  $\Delta\sigma$  appliqué constant, **le facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K_1$  augmente** avec l'avance de la fissure  $l$ . Jusqu'à ce que  $K_1$  approche  $K_{1c}$ , où l'échantillon fracture au cycle suivant.

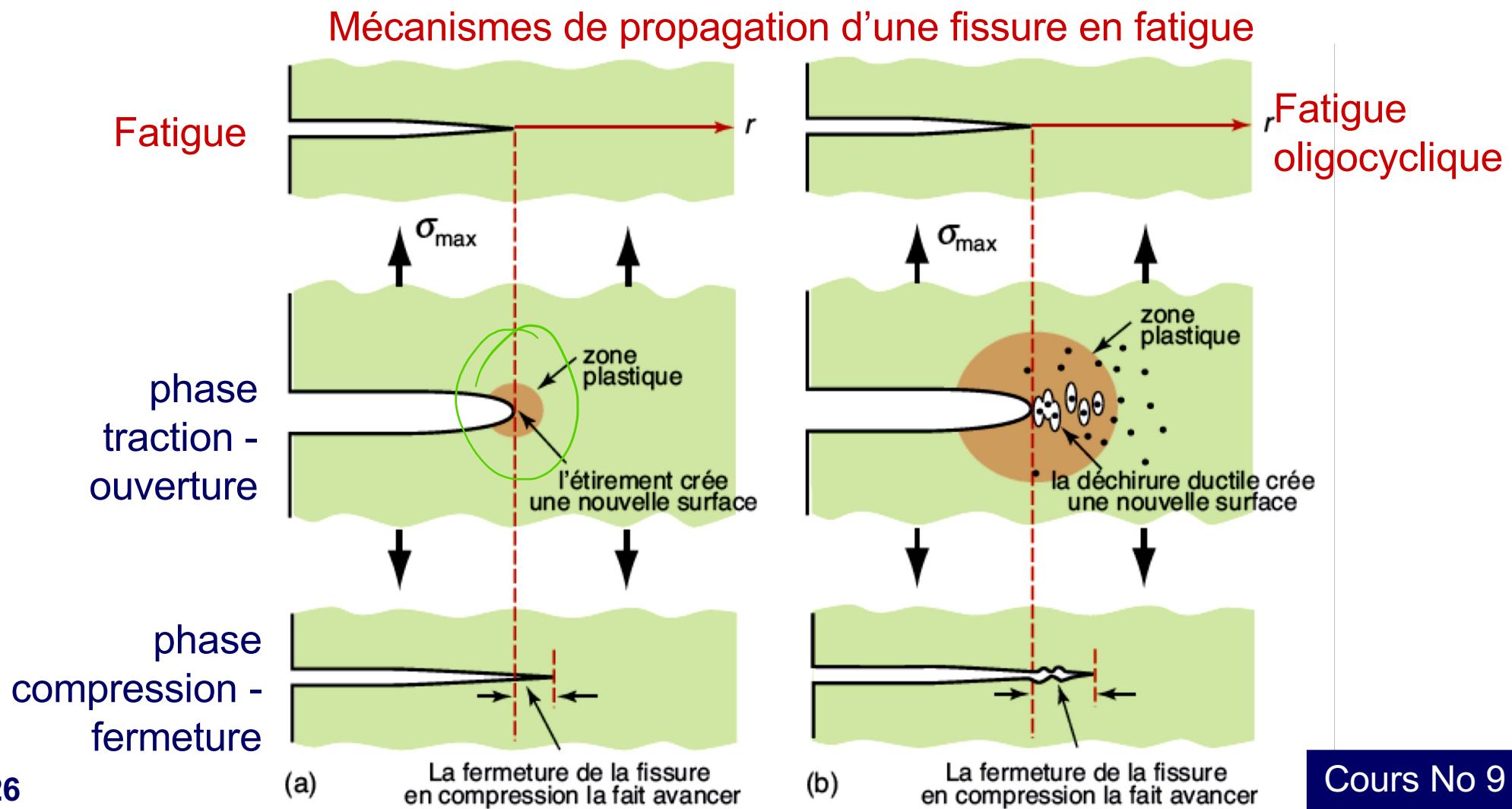


$$\Delta K_1 = K_{1,max} - K_{1,min} = \Delta\sigma\sqrt{\pi}l$$



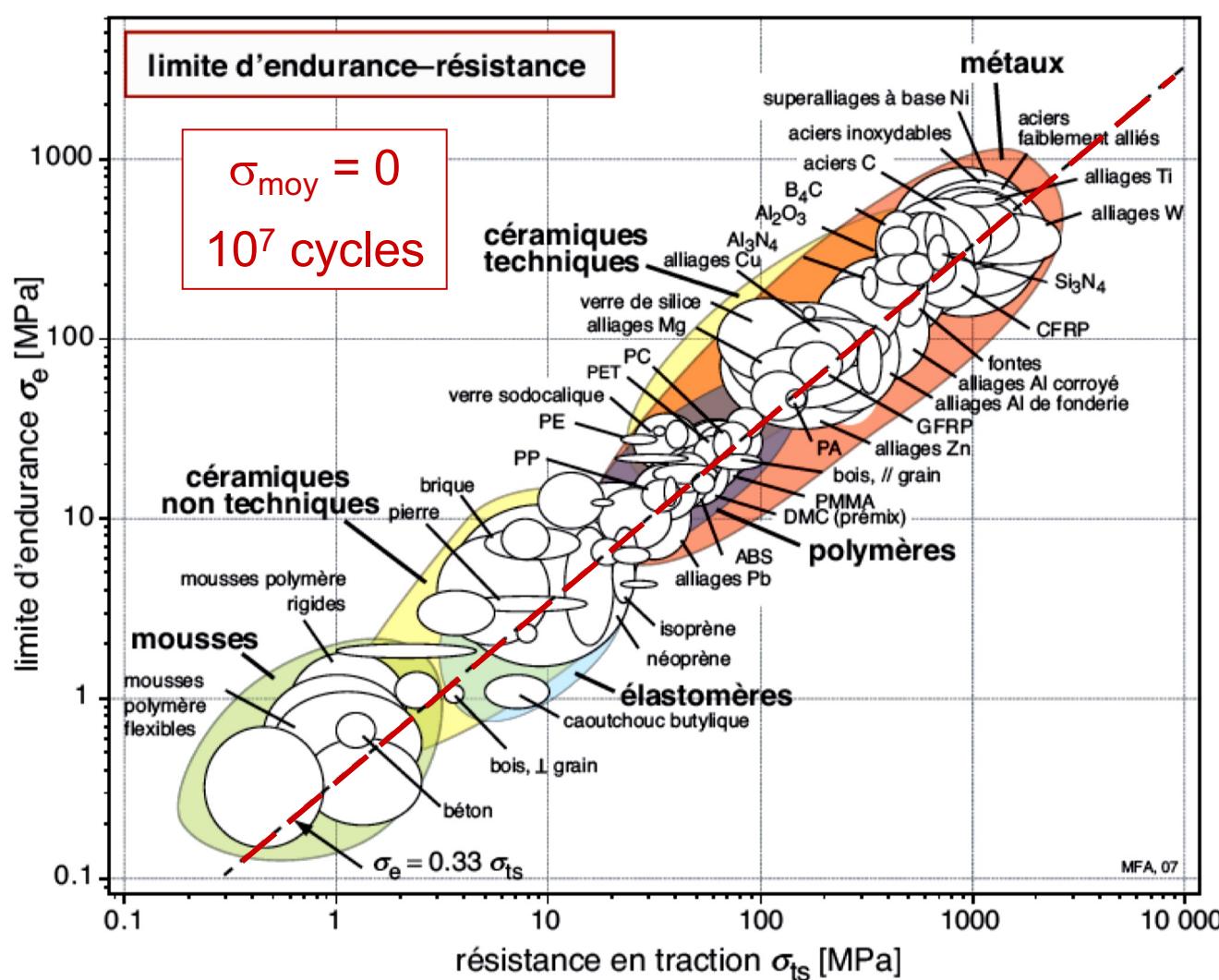
# Fatigue

Le cycle de contrainte peut faire avancer des micro-fissures et les faire grandir petit à petit: le matériau se fatigue.



# Fatigue

Si l'endurance  $\sigma_e$  est assez bien corrélée avec  $\sigma_m$ , elle l'est moins avec  $\sigma_Y$ .  $\sigma_e$  a tendance à diminuer lorsque  $\sigma_Y$  augmente.



$$\sigma_e \approx \frac{1}{3} \sigma_m$$

métaux  
polymères

$$\sigma_e \approx 0.9 \sigma_m$$

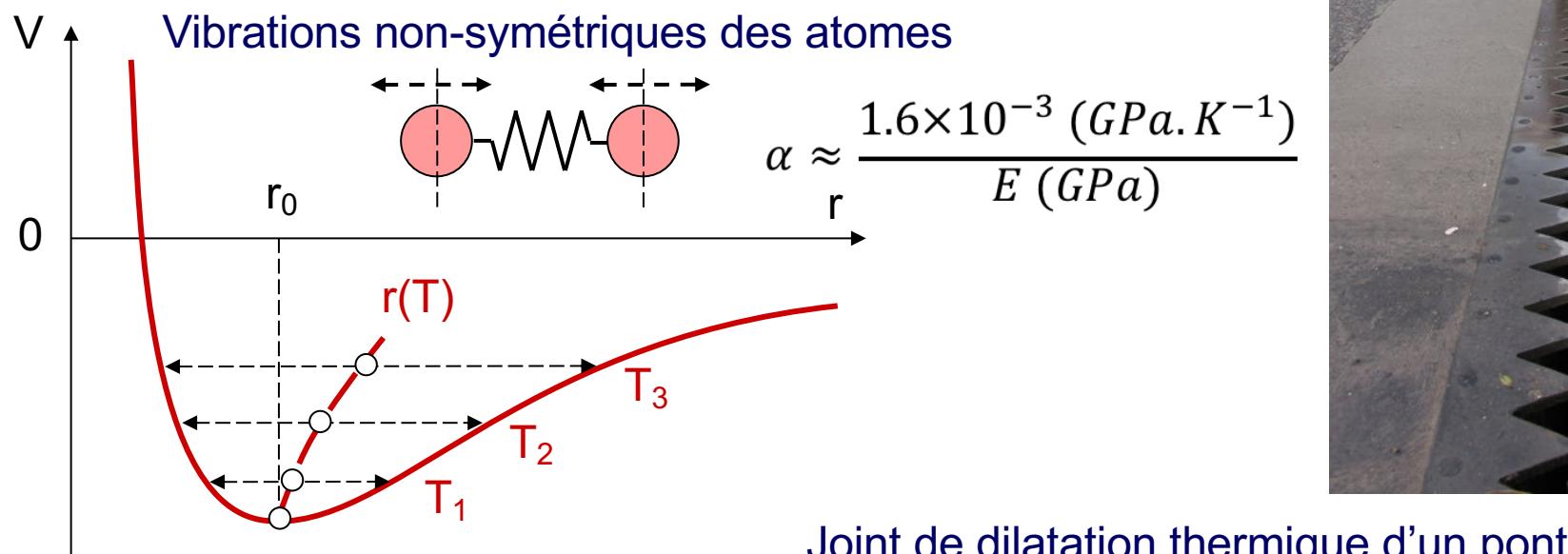
céramiques verres

# Fatigue thermique: Dilatation

Sous l'effet d'une augmentation de la température, presque tous les matériaux se **dilatent**. Ce phénomène est dû à **l'asymétrie** (anharmonicité) du potentiel d'interaction entre atomes.

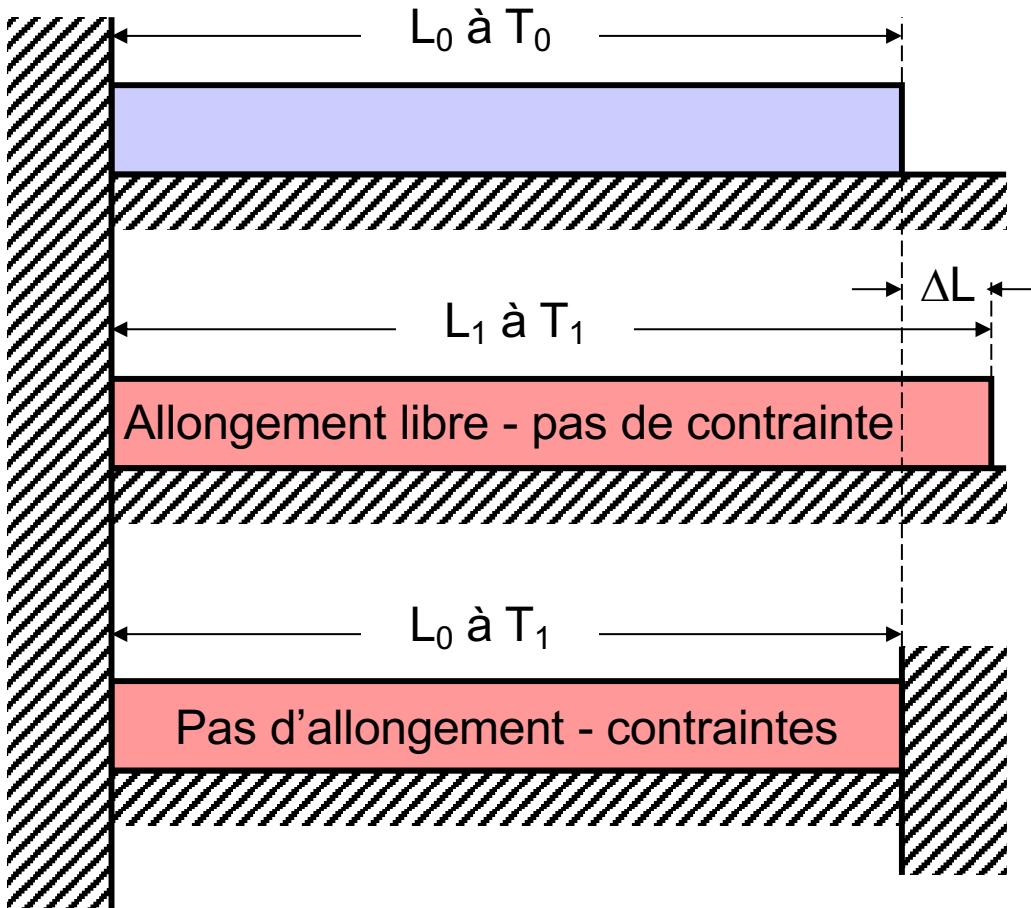
Le **coefficent d'expansion thermique linéaire  $\alpha$**  est défini comme:

$$\alpha = \frac{1}{L} \frac{dL}{dT}$$



# Contraintes thermo-mécaniques

L'expansion thermique engendre des **déformations** et des **contraintes thermo-mécaniques** dans les solides. Considérons un cas à une seule dimension.



Une barre libre de s'allonger a une longueur initiale  $L_0$  à  $T_0$ . A  $T_1$ , elle a donc la longueur  $L_1$ :

$$L_1 = L_0 + \Delta L = L_0 [1 + \alpha (T_1 - T_0)]$$

$$\varepsilon_{xx}^{\text{th}} = \frac{\Delta L}{L_0} = \alpha (T_1 - T_0)$$

Si on empêche la barre de s'allonger pendant le chauffage,  $\Delta L = 0$ , ce qui signifie:

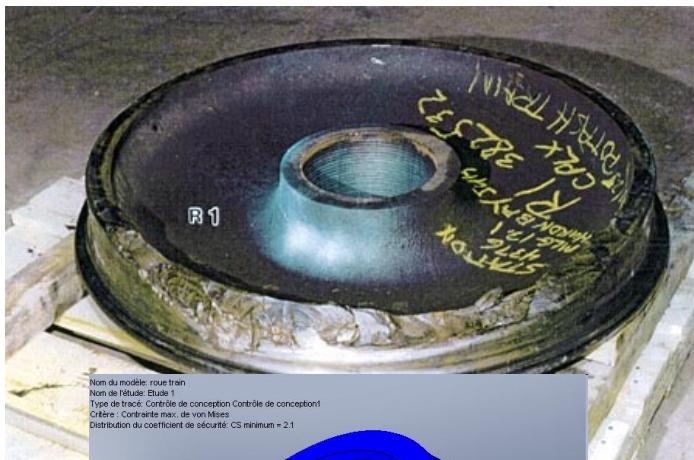
$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^{\text{th}} + \varepsilon_{xx}^{\text{el}} = 0$$

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx}^{\text{el}} = -E\alpha (T_1 - T_0) < 0$$

# Fatigue

De nombreuses pièces sont soumises à de la fatigue, pouvant mener à leur rupture. Parfois indirectement, par chauffage (**fatigue thermique**).

Contraintes dans un contact roue-rail



Cycles d'une aube de moteur d'avion



[http://www.olympic.org/fr/passion/museum/temporary/photo\\_fr.asp?IdProv=21&PicId=71](http://www.olympic.org/fr/passion/museum/temporary/photo_fr.asp?IdProv=21&PicId=71)

Fissure de fatigue thermique dans une soudure

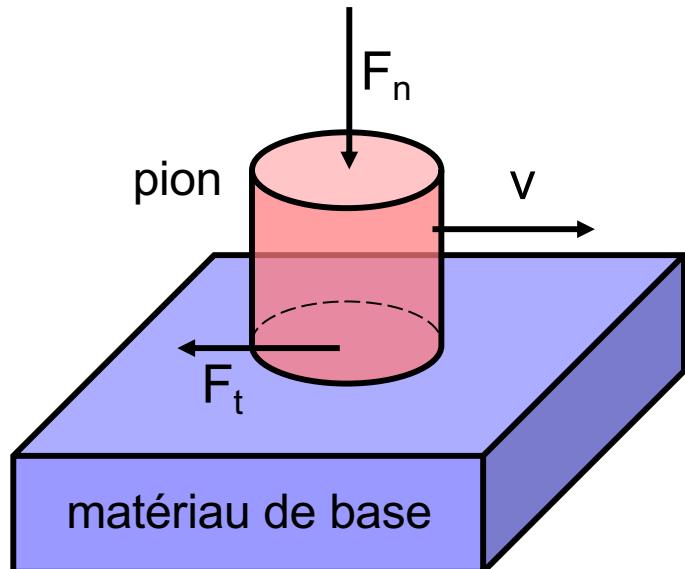


[http://www.ems007.com/pages/zone.cgi?a=51654&\\_pf\\_=1](http://www.ems007.com/pages/zone.cgi?a=51654&_pf_=1)

# Usure

L'usure des matériaux est dû au contact-mouvement entre deux surfaces en contact. C'est le domaine de la **tribologie**.

On définit **2 coefficients de friction**:



## ■ Coefficient de friction statique

La vitesse relative du pion sur la base est nulle (pneu adhérant sur la route)

$$\mu_s \approx \frac{F_t}{F_n} \quad v = 0$$

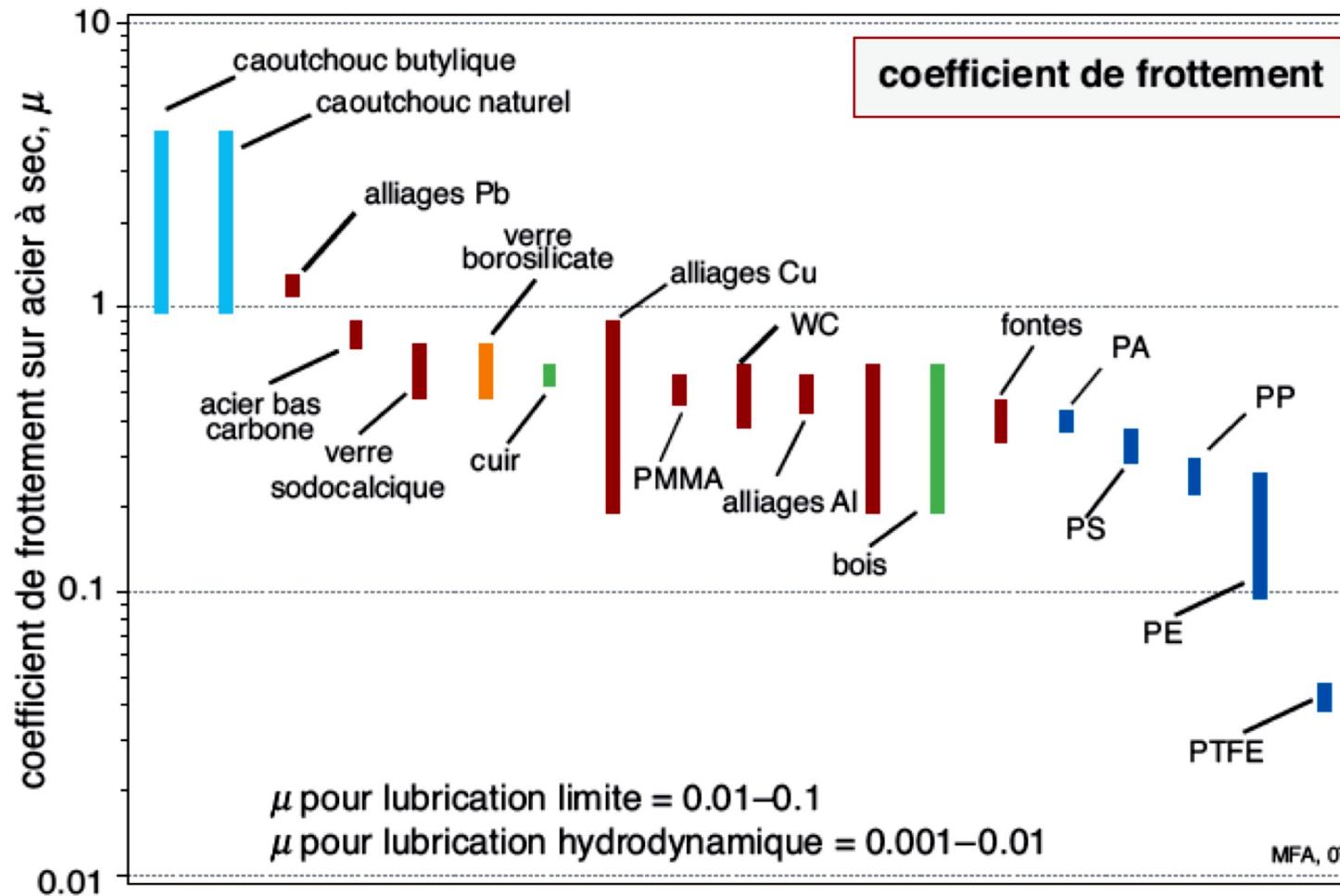
## ■ Coefficient de friction dynamique

La surface inférieure du pion a une vitesse non-nulle relativement à la base (freinage roues bloquées)

$$\mu_d \approx \frac{F_t}{F_n} \quad v \neq 0$$

# Usure

Quelques coefficients de friction dynamique lors d'un **frottement sec** de divers matériaux sur une plaque d'acier.



# Exemples d'Usure

Pièces de machine agricole  
après / avant



Plaquette frein vélo  
après / avant



Pneus de voiture  
après / avant



# Usure

---

On définit un **taux d'usure W** comme la quantité de matière enlevée du pion par unité de longueur de déplacement.

$$W = \frac{\text{volume enlevé}}{\text{distance parcourue}} \quad [\text{m}^2]$$

Le **taux d'usure spécifique  $\Omega$**  est normalisé par la surface de contact:

$$\Omega = \frac{W}{A} \quad [-]$$

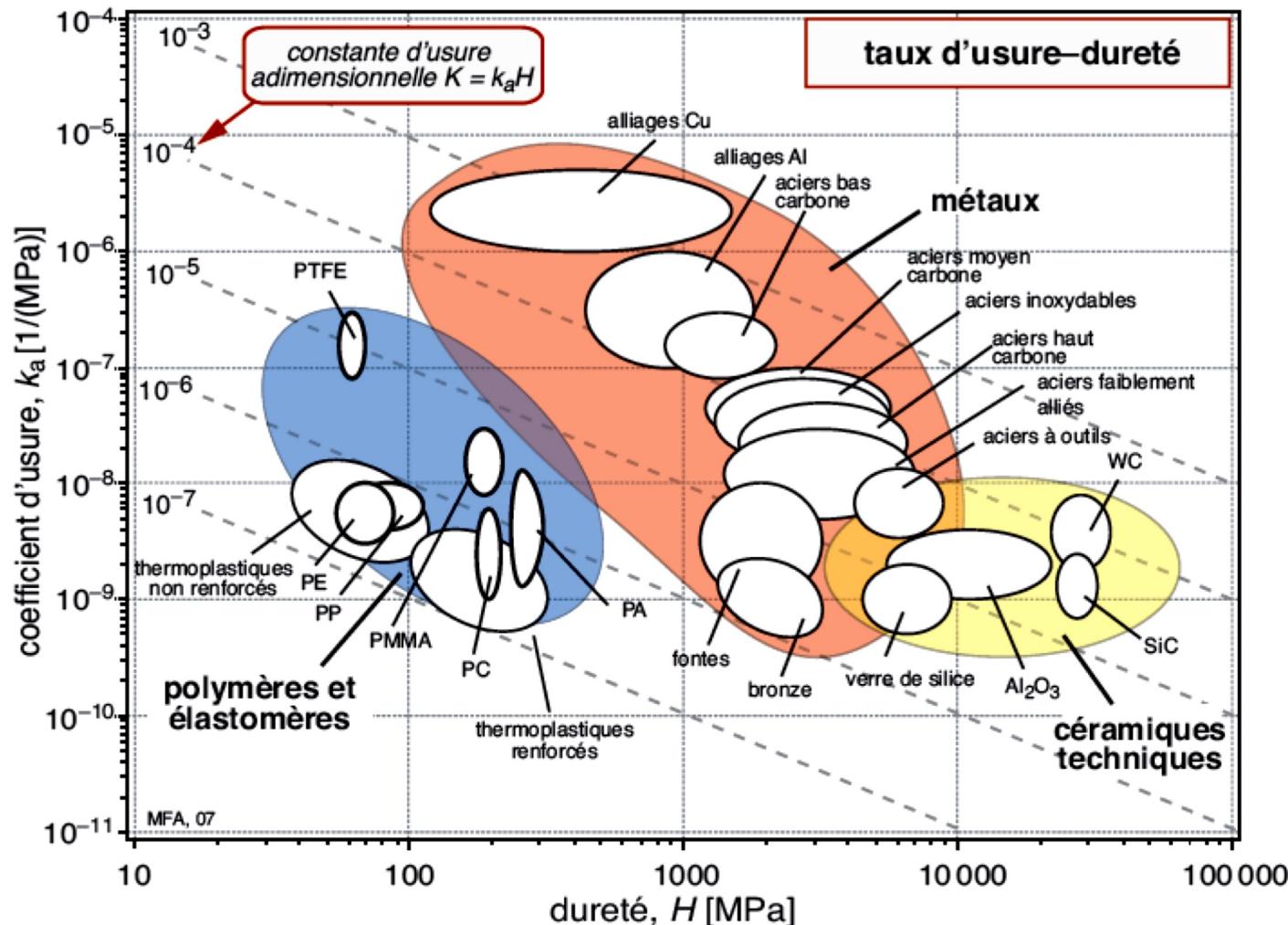
Le taux d'usure spécifique  $\Omega$  est fonction des matériaux en contact, de leur état de surface et de la **pression appliquée**:

$$\Omega = \frac{W}{A} = k_a p = k_a \frac{F_n}{A}$$

$k_a$  est le **coefficent d'usure d'Archard** [ $\text{Pa}^{-1}$ ]. Outre le type de matériaux et leur état de surface, ce coefficient dépend fortement de l'**état de lubrification du contact**.

# Usure

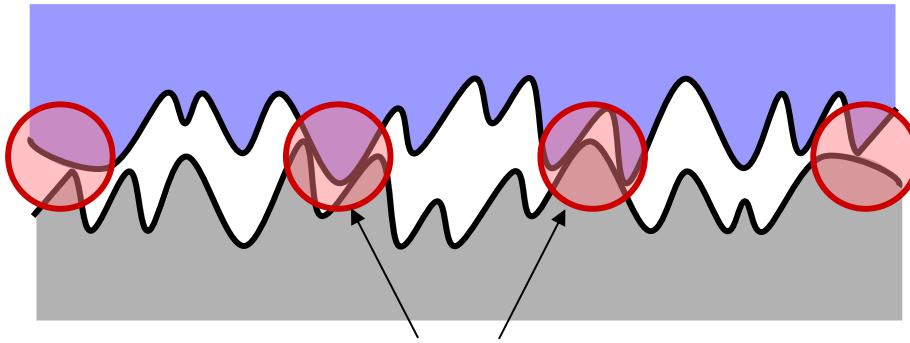
On peut relier (dans une certaine mesure) le coefficient d'usure  $k_a$  avec la dureté des matériaux, ici pour un contact lubrifié.



$$H_V(\text{MPa}) = g_x H_V$$

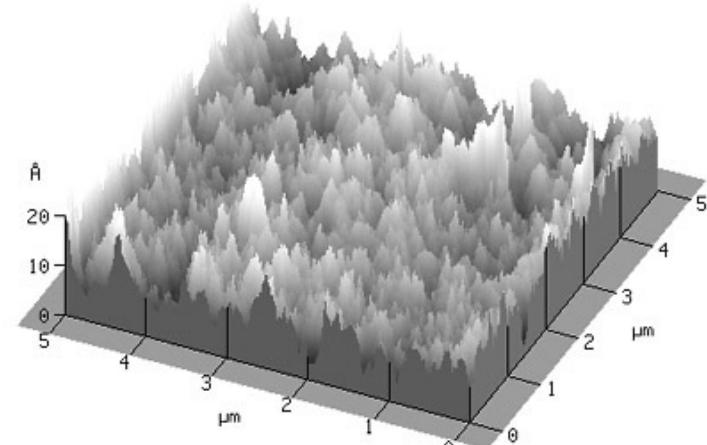
# Usure

La friction entre deux surfaces est due aux **points de contact** entre elles, c'est-à-dire à leur **rugosité** de surface.



Zones de contact

Aire de contact :  $A_C$



Rugosité d'une vitrocéram (0.3 nm)

<http://www.cndp.fr/Themadoc/micro3/micro3Imp.htm>

En admettant qu'aux points de contact la pression est telle qu'on a atteint  $\sigma_Y$ , on a alors:

$$\sigma_Y = \frac{F_n}{A_C} = p \frac{A}{A_C} \quad \text{ou} \quad \frac{A_C}{A} = \frac{p}{\sigma_Y}$$

Réduire  $F_n$  (ou  $p$ ) et/ou augmenter  $\sigma_Y$  (ou  $H_V$ ) va ainsi diminuer la surface effective de contact, diminuer la taille des fragments créés lors du frottement et réduire l'usure.

# Résumé

---

- La fatigue et l'usure sont deux causes très importantes de dégradation des matériaux.
- Les courbes de Wöhler permettent de relier le nombre de cycles à la rupture pour une variation de contrainte appliquée.
- Il faut distinguer fatigue oligocyclique, où la contrainte dépasse la limite d'élasticité, et fatigue à grand nombre de cycles.
- Des règles euristiques permettent d'adapter les lois de fatigue à des situations complexes, mais des tests proches de la réalité sont souvent nécessaires.
- La dilatation thermique, qui résulte du caractère asymétrique de l'énergie des liaisons atomiques autour de la position d'équilibre, est un phénomène important de dégradation et de rupture.
- L'usure n'est pas une propriété d'un matériau, mais plutôt celle d'un couple de matériaux, dans une configuration donnée, avec la plupart du temps la présence d'un lubrifiant.